

## HOOFDSTUK 3: KANSVERDELINGEN

### 3.1 Het herhalen van kansexperimenten

#### Opgave 1:

a.  $P(\text{geen zes}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296} = 0,4823$

b.  $P(\text{geen zes}) = 0,4823$  want het maakt niet uit of je vier keer met 1 dobbelsteen gooit of met vier dobbelstenen tegelijkertijd.

#### Opgave 2:

a.  $P(3 \times \text{appel en } 3 \times \text{peer}) = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0,0819$

b.  $P(\text{minstens 1 appel}) = 1 - P(\text{geen appel}) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^6 = 0,9533$

c.  $P(3 \times \text{banaan}) = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0,0819$

#### Opgave 3:

a.  $P(\text{appel en banaan}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 = 0,16$

b.  $P(\text{geen banaan}) = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 0,64$

c.  $P(2 \text{ verschillende}) = P(\text{ab of ap of bp}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot 2 + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2 + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2 = 0,64$

#### Opgave 4:

a.  $P(\text{geen goed}) = 0,75^6 = 0,178$

b.  $P(2 \text{ goed}) = 0,25^2 \cdot 0,75^4 \cdot \binom{6}{2} = 0,297$

c.  $P(\text{minstens 2 goed}) = 1 - P(\text{hoogstens 1 goed}) = 1 - \left(0,75^6 + 0,75^5 \cdot 0,25 \cdot \binom{6}{1}\right) = 0,466$

#### Opgave 5:

a.  $P(3 \times \text{mislukt}) = 0,72^3 = 0,373$

b.  $P(\text{minstens } 1 \times \text{lukt}) = 1 - P(0 \times \text{lukt}) = 1 - 0,72^5 = 0,807$

c.  $P(\text{minstens } 1 \times \text{lukt}) = 1 - P(0 \times \text{lukt}) = 1 - 0,72^n$

d.  $1 - 0,72^n > 0,95$

$$-0,72^n > -0,05$$

$$0,72^n < 0,05$$

$$n > {}^{0,72}\log 0,05 = 9,1$$

dus minstens 10 opstellingen

**Opgave 6:**

- a.  $P(3 \text{ vieren}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \binom{6}{3} = 0,054$
- b.  $P(\text{minstens 1 zes}) = 1 - P(\text{geen zes}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^6 = 0,665$
- c.  $P(\text{zes verschillende}) = \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot 6! = 0,015$
- d.  $P(2 \times \text{zes en geen vijf}) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \cdot \binom{6}{2} = 0,082$

**Opgave 7:**

- a.  $P(\text{som} = 6) = \frac{5}{36}$
- b.  $P(4 \times \text{som} = 6) = \left(\frac{5}{36}\right)^4 \cdot \left(\frac{31}{36}\right)^4 \cdot \binom{8}{4} = 0,0143$
- c.  $P(\text{som minder dan 5}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- $P(3 \times \text{som minder dan 5}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot \binom{8}{3} = 0,1042$
- d.  $P(\text{som} = 12) = \frac{1}{36}$

$$P(\text{minstens } 1 \times \text{som} = 12) = 1 - P(0 \times \text{som} = 12) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n$$

$$1 - \left(\frac{35}{36}\right)^n > 0,75$$

$$-\left(\frac{35}{36}\right)^n > -0,25$$

$$\left(\frac{35}{36}\right)^n < 0,25$$

$$n > \frac{35}{36} \log 0,25 = 49,2$$

dus minstens 50 keer gooien

**Opgave 8:**

- a.  $P(\text{minstens } 1 \times \text{zes}) = 1 - P(\text{geen zes}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0,5177$
- b.  $P(\text{dubbel zes}) = \frac{1}{36}$
- $P(\text{minstens } 1 \times \text{dubbel zes}) = 1 - P(\text{geen dubbel zes}) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0,4914$

Dit is verliesgevend omdat de kans kleiner is dan 0,5.

**Opgave 9:**

- a.  $P(4 \times \text{zwart}) = \left(\frac{18}{38}\right)^4 = 0,0503$
- b.  $P(2 \times \text{zwart en } 2 \times \text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \binom{4}{2} = 0,3021$
- c.  $P(\text{minstens } 1 \times \text{wit}) = 1 - P(\text{geen wit}) = 1 - \left(\frac{36}{38}\right)^4 = 0,1945$
- d.  $P(2 \times \text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^2 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 \cdot \binom{4}{2} = 0,3729$
- e.  $P(\text{minstens } 3 \times \text{rood}) = \left(\frac{18}{38}\right)^3 \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 \cdot \binom{5}{3} + \left(\frac{18}{38}\right)^4 \cdot \left(\frac{20}{38}\right) \cdot \binom{5}{4} + \left(\frac{18}{38}\right)^5 = 0,4507$

**Opgave 10:**

- a. als de eerste knikker wit is, dan zitten er daarna nog maar 4 knikkers in de vaas, waarvan er nog 1 wit is, dus  $\frac{1}{4}$ .
- b.  $\frac{3}{4}$  ,  $\frac{3}{3}$
- c.  $P(\text{w r}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = 0,3$

**Opgave 11:**

- a.  $P(\text{r w}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{56} = 0,268$
- b.  $P(\text{r r w w}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = 0,107$

**Opgave 12:**

- a.  $\frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7} = 0,133$
- b.  $\frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = 0,089$
- c. bij de eerste vier sleutels moet er 1 passend zijn:  $P = \frac{\binom{8}{3} \binom{2}{1}}{\binom{10}{4}}$

de vijfde sleutel moet passend zijn:  $P = \frac{1}{6}$

dus  $\frac{\binom{8}{3} \binom{2}{1}}{\binom{10}{4}} \cdot \frac{1}{6} = 0,089$

**Opgave 13:**

- a.  $0,6^2 = 0,36$
- b.  $0,4 \cdot 0,6^2 = 0,144$

c.  $P(\text{GLL of LGL of LGG of GLG}) = 0,4 \cdot 0,6^2 \cdot 2 + 0,6 \cdot 0,4^2 \cdot 2 = 0,48$

**Opgave 14:**

a.  $0,65^2 = 0,4225$

b.  $0,65^2 + 0,35^2 = 0,545$

c.  $0,65^2 + 0,65^2 \cdot 0,35 \cdot 2 = 0,718$

**Opgave 15:**

a.  $0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,084$

b.  $0,4 \cdot 0,7^3 = 0,1372$

**Opgave 16:**

a.  $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \frac{1}{4} = 0,1055$

b.  $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \frac{1}{4} = 0,0593$

c.  $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0,4375$

d.  $P(\text{minstens } 3\times) = 1 - P(\text{hoogstens } 2\times) = 1 - 0,4375 = 0,5625$

### 3.2 Trekken met en zonder terugleggen

#### Opgave 17:

a.  $\frac{\binom{7}{2}}{\binom{28}{2}} = 0,056$

- b. nee, want bij a kies je twee verschillende leerlingen, maar bij de schijf kun je twee keer dezelfde sector draaien, dus deze kans is  $0,25^2 = 0,0625$

#### Opgave 18:

a.  $\frac{\binom{16}{2} \binom{24}{1}}{\binom{40}{3}} = 0,291$

b.  $P(\text{minstens 1 blauwe}) = 1 - P(\text{geen blauw}) = 1 - \frac{\binom{16}{3}}{\binom{40}{3}} = 0,943$

c.  $\left(\frac{16}{40}\right)^3 \cdot \frac{24}{40} \cdot \frac{\binom{3}{2}}{\binom{3}{2}} = 0,288$

d.  $P(\text{minstens 1 blauwe}) = 1 - P(\text{geen blauw}) = 1 - \left(\frac{16}{40}\right)^3 = 0,936$

#### Opgave 19:

a.  $\left(\frac{12}{22}\right)^4 = 0,089$

b.  $\frac{\binom{12}{4}}{\binom{22}{4}} = 0,068$

#### Opgave 20:

a.  $\frac{\binom{38}{3}}{\binom{60}{3}} = 0,247$

b.  $\left(\frac{38}{60}\right)^3 = 0,254$

#### Opgave 21:

I en III

#### Opgave 22:

a.  $P(2 \text{ rood}) = \frac{p}{50} \cdot \frac{p-1}{49} = \frac{p^2 - p}{2450}$

b.  $P(1 \text{ rood en 1 wit}) = 2 \cdot \frac{p}{50} \cdot \frac{50-p}{49} = \frac{p(50-p)}{25 \cdot 49} = \frac{50p - p^2}{1225}$

c.  $\frac{50p - p^2}{1225} > 0,5$

$$y_1 = \frac{50x - x^2}{1225} \text{ met table: } p = 22, 23, 24, 25, 26, 27 \text{ of } 28$$

**Opgave 23:**

10 rode en  $a - 10$  blauwe knikkers

a.  $P(2 \text{ rood}) = \frac{10}{a} \cdot \frac{9}{a-1} = \frac{90}{a^2 - a}$

b.  $P(1 \text{ rood en } 1 \text{ blauw}) = 2 \cdot \frac{10}{a} \cdot \frac{a-10}{a-1} = \frac{20(a-10)}{a(a-1)} = \frac{20a-200}{a^2 - a}$

c.  $\frac{20a-200}{a^2 - a} = \frac{10}{21}$

$y_1 = \frac{20x-200}{x^2 - x}$  en  $y_2 = \frac{10}{21}$  intersect geeft  $x = 15 \vee x = 28$

**Opgave 24:**

15 rode en  $n - 15$  witte knikkers

a.  $P(2 \text{ rood}) = \frac{15}{n} \cdot \frac{14}{n-1} = \frac{210}{n^2 - n} < 0,1$

$y_1 = \frac{210}{x(x-1)}$  met table:  $n \geq 47$

b.  $P(1 \text{ rood en } 1 \text{ wit}) = 2 \cdot \frac{15}{n} \cdot \frac{n-15}{n-1} = \frac{30(n-15)}{n(n-1)}$

$y_1 = \frac{30(x-15)}{x(x-1)}$  met de optie maximum geeft  $x = 29 \vee x = 30$

**Opgave 25:**

a.  $\frac{\binom{3}{2} \binom{7}{3}}{\binom{10}{5}} = 0,417$

b.  $\frac{\binom{30}{2} \binom{70}{3}}{\binom{100}{5}} = 0,316$

c.  $\frac{\binom{300}{2} \binom{700}{3}}{\binom{1000}{5}} = 0,309$

d.  $\frac{\binom{3000}{2} \binom{7000}{3}}{\binom{10000}{5}} = 0,309$

e. alle kansen zijn gelijk, want  $P(\text{rood}) = 0,3$  en  $P(\text{wit}) = 0,7$

$0,3^2 \cdot 0,7^3 \cdot \binom{5}{2} = 0,3087$

**Opgave 26:**

a.  $0,7^{15} = 0,0047$

$$b. \quad 0,3^2 \cdot 0,7^{13} \cdot \binom{15}{2} = 0,0916$$

$$c. \quad P(\text{minstens } 2) = 1 - P(0 \text{ of } 1) = 1 - (0,7^{15} + \binom{15}{1} \cdot 0,7^{14} \cdot 0,3) = 0,9647$$

**Opgave 27:**

$$a. \quad 0,85^{10} = 0,1969$$

$$b. \quad 0,6^8 \cdot 0,15^2 \cdot \binom{10}{8} = 0,0170$$

$$c. \quad 0,6^9 \cdot 0,4 \cdot \binom{10}{9} + 0,6^{10} = 0,0464$$

**Opgave 28:**

$$a. \quad 2 \cdot 0,18 \cdot 0,82 = 0,2952$$

$$b. \quad 0,82^5 + 0,82^4 \cdot 0,18 \cdot \binom{5}{1} = 0,7776$$

$$c. \quad P(\text{minstens } 1 \text{ linkshandige}) = 1 - P(\text{allemaal rechtshandig}) = 1 - 0,82^n > 0,99$$

$$-0,82^n > -0,01$$

$$0,82^n < 0,01$$

$$n > \frac{\log 0,01}{\log 0,82} = 23,2$$

dus minstens 24 personen

$$d. \quad \frac{\binom{9}{2}}{\binom{50}{2}} = 0,0294$$

**Opgave 29:**

$$a. \quad 0,94^{12} = 0,476$$

$$b. \quad 0,09^2 \cdot 0,91^{10} \cdot \binom{12}{2} = 0,208$$

$$c. \quad 0,06^2 \cdot 0,85^{10} \cdot \binom{12}{2} = 0,047$$

**Opgave 30:**

$$a. \quad 0,88^{11} = 0,245$$

$$b. \quad 0,88^{22} + 0,88^{21} \cdot 0,12 \cdot \binom{22}{1} + 0,88^{20} \cdot 0,12^2 \cdot \binom{22}{2} = 0,498$$

$$c. \quad \frac{\binom{5}{2} \binom{30}{4}}{\binom{35}{6}} = 0,169$$

**Opgave 31:**

a.  $P(\text{minstens 2 lopend}) = 1 - P(0 \text{ of } 1 \text{ lopend}) = 1 - 0,95^{18} - 0,95^{17} \cdot 0,05 \cdot \binom{18}{1} = 0,226$

b.  $0,25^4 \cdot 0,75^{14} \cdot \binom{18}{4} + 0,25^5 \cdot 0,75^{13} \cdot \binom{18}{5} = 0,412$

c.  $0,6^{12} \cdot 0,25^6 \cdot \binom{18}{12} = 0,010$

d.  $0,3^4 \cdot 0,7^{14} \cdot \binom{18}{4} = 0,168$

e. 40% = 7,2 en 60% = 10,8

$$\begin{aligned} P(8, 9 \text{ of } 10 \text{ met de auto}) &= 0,6^8 \cdot 0,4^{10} \cdot \binom{18}{8} + 0,6^9 \cdot 0,4^9 \cdot \binom{18}{9} + 0,6^{10} \cdot 0,4^8 \cdot \binom{18}{10} \\ &= 0,379 \end{aligned}$$



### 3.3 De verwachtingswaarde

#### **Opgave 32:**

- a.  $P(X = 17) = \frac{5}{25} = 0,2$   
b.  $P(Y = 1) = \frac{8}{25} = 0,32$   
c.  $P(X = 16 \wedge Y = 1) = \frac{7}{25} = 0,28$

#### **Opgave 33:**

- a.  $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$   
b.  $P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$   
c.  $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$   
d.  $P(\text{minstens 1 rode}) = P(X \geq 1)$   
e.  $P(\text{hoogstens 3 rode}) = P(X \leq 3)$   
f.  $P(\text{minder dan 2 rode}) = P(X < 2)$

#### **Opgave 34:**

- a.  $P(X = 2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{5}{2}}{\binom{10}{4}} = 0,476$   
b.  $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} = 0,976$

#### **Opgave 35:**

- a.  $P(\text{meer dan 10 ogen}) = P(X > 10)$   
 $P(\text{minstens 10 ogen}) = P(X \geq 10)$   
 $P(\text{hoogstens 10 ogen}) = P(X \leq 10)$   
b.  $P(X = 3) = \frac{2}{36} = 0,056$   
 $P(X \geq 10) = \frac{6}{36} = 0,167$

#### **Opgave 36:**

- a.  $P(X = 20) = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{20}{2}} = 0,147$   
b.  $P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - \frac{\binom{12}{2}}{\binom{20}{2}} = 0,653$

#### **Opgave 37:**

- a.  $P(X = 16) = \frac{25}{83} = 0,301$   
b.  $P(X = 16) + P(X = 17) + P(X = 18) = 1$

#### **Opgave 38:**

- a.  $P(X = 2) = \frac{\binom{5}{2}\binom{10}{3}}{\binom{15}{5}} = 0,400$

- b.  $P(Y = 0) = \left(\frac{7}{15}\right)^4 = 0,047$   
 c.  $P(Y \leq 3) = 1 - P(Y = 4) = 1 - \left(\frac{8}{15}\right)^4 = 0,919$

**Opgave 39:**

$$P(X = 1) = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$P(X = 2) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90} = 0,267$$

$$P(X = 3) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{72}{720} = 0,1$$

$$P(X = 4) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} = \frac{144}{5040} = 0,029$$

$$P(X = 5) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{6} = \frac{144}{30240} = 0,005$$

**Opgave 40:**

- a.  $0,6^3 + 0,4^3 = 0,28$   
 b.  $P(X = 3) = 0,28$   
 $P(X = 4) = 0,6^3 \cdot 0,4 \cdot 3 + 0,4^3 \cdot 0,6 \cdot 3 = 0,374$   
 $P(X = 5) = 1 - (0,28 + 0,374) = 0,346$

$X$	3	4	5
$P(X = x)$	0,28	0,374	0,346

**Opgave 41:**

- a.  $\left(\frac{8}{18}\right)^2 \cdot \frac{10}{18} \cdot \binom{3}{2} = 0,329$   
 b.  $\frac{8}{18} \cdot \frac{4}{18} \cdot \frac{6}{18} \cdot 3! = 0,198$

**Opgave 42:**

- a. alle staven zijn even lang  
 b.  $X = 0$  bij kop  
 $X = 1$  bij munt  
 c. 2 sectoren met de getallen 1 en 2

**Opgave 43:**

- a.  $0,8^8 \cdot 0,2^2 \cdot \binom{10}{8} = 0,302$   
 b.  $P(X < 9) = 1 - P(X \geq 9) = 1 - (0,8^9 \cdot 0,2 \cdot \binom{10}{9} + 0,8^{10}) = 0,624$

**Opgave 44:**

- a.  $0,58^7 \cdot 0,42^5 \cdot \binom{12}{7} = 0,229$   
 b.  $0,32^4 \cdot 0,68^8 \cdot \binom{12}{4} = 0,237$

c.  $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y \leq 1) = 1 - (0,68^{10} + 0,68^9 \cdot 0,32 \cdot \binom{10}{1}) = 0,935$

d.  $0,58^8 \cdot 0,32^4 \cdot \binom{12}{8} = 0,066$

**Opgave 45:**

a.  $P(X = 0) = \frac{17}{24} = 0,708$

$P(X = 1) = \frac{6}{24} = 0,25$

b. dat is de kans dat een jongen 1 keer is blijven zitten

c.  $P(X = 1 \text{ onder voorwaarde } Y = 0) = \frac{2}{8} = 0,25 = P(X = 1)$  dus ja

$P(X = 1 \text{ onder voorwaarde } Y = 1) = \frac{4}{16} = 0,25 = P(X = 1)$  dus ja

d. dat is de kans dat een jongen niet is blijven zitten

e.  $P(X = 0 \text{ onder voorwaarde } Y = 0) = \frac{5}{8} = 0,625 \neq P(X = 0)$  dus nee

**Opgave 46:**

a.  $\frac{25}{50} = 0,5$

b.  $\frac{0}{50} = 0$

c.  $\frac{0}{25} = 0$

d. nee

$P(X = 17) = \frac{15}{80} = 0,1875$

$P(X = 17 \text{ onder voorwaarde } Y = 0) = 0$

de twee kansen zijn niet gelijk, dus afhankelijk

**Opgave 47:**

a.  $\frac{1}{36}$

b. 0

c.  $P(X = 2 \text{ onder voorwaarde } Y = 3) \neq P(X = 2)$

**Opgave 48:**

totale prijzengeld =  $2000 + 100 \cdot 20 = 4000$  euro

totale inkomsten =  $1000 \cdot 5 = 5000$  euro

winst =  $5000 - 4000 = 1000$  euro per week

winst per lot =  $\frac{1000}{1000} = 1$  euro

**Opgave 49:**

a.

$u$	50	10	0
$P(U = u)$	0,01	0,03	0,96

b.  $E(U) = 50 \cdot 0,01 + 10 \cdot 0,03 + 0 \cdot 0,96 = 0,8$

$E(W) = 0,8 - 1 = -0,2$  euro

c. € 0,80

**Opgave 50:**

$$P(2 \text{ rood}) = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{1}{190}$$

$$P(1 \text{ rood en } 1 \text{ blauw}) = \frac{\binom{2}{1} \binom{4}{1}}{\binom{20}{2}} = \frac{8}{190}$$

$u$	100	20	0
$P(U = u)$	$\frac{1}{190}$	$\frac{8}{190}$	$\frac{181}{190}$

$$E(U) = 100 \cdot \frac{1}{190} + 20 \cdot \frac{8}{190} + 0 \cdot \frac{181}{190} = 1,368 = 1,37 \text{ euro}$$

**Opgave 51:**

a. 1.  $P(\text{som} < 7) = \frac{15}{36}$

$u$	2	0
$P(U = u)$	$\frac{15}{36}$	$\frac{21}{36}$

$$E(U) = 2 \cdot \frac{15}{36} + 0 \cdot \frac{21}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

2.  $P(\text{som} > 7) = \frac{15}{36}$

$u$	2	0
$P(U = u)$	$\frac{15}{36}$	$\frac{21}{36}$

$$E(U) = 2 \cdot \frac{15}{36} + 0 \cdot \frac{21}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

3.  $P(\text{som} = 7) = \frac{6}{36}$

$u$	5	0
$P(U = u)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{30}{36}$

$$E(U) = 5 \cdot \frac{6}{36} + 0 \cdot \frac{30}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

b.  $u \cdot \frac{6}{36} = 1$

$$u = 6 \text{ dus } \text{€ } 6,-$$

**Opgave 52:**

a.  $P(\text{€ } 100,-) = \frac{6}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{216}$

$$P(\text{€ } 15,-) = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot 6 = \frac{90}{216}$$

$u$	100	15	0
$P(U = u)$	$\frac{6}{216}$	$\frac{90}{216}$	$\frac{120}{216}$

$$E(U) = 100 \cdot \frac{6}{216} + 15 \cdot \frac{90}{216} + 0 \cdot \frac{120}{216} = \frac{1950}{216} = 9,03$$

$$\text{winst} = 10 - 9,03 = 0,97 \text{ euro}$$

b. de uitbetaling per spel is € 9,03

$$3950 : 9,03 = 437 \text{ spelletjes}$$

$$\text{Per } 216 \text{ spelletjes } 1 \times \text{€ } 100,- \text{ dus } 437 : 216 \approx 2 \text{ keer}$$

**Opgave 53:**

- a. opbrengst =  $0,2 \cdot 1039 + 0,8 \cdot (1039 - 250) = 839$   
 dus de verkoper kiest voor de adviesprijs van € 889,-
- b.  $x \cdot 789 + (1 - x) \cdot 1039 > 889$   
 $789x + 1039 - 1039x > 889$   
 $-250x > -150$   
 $x < 0,6$   
 dus het percentage dat hij na twee jaar terug verwacht is kleiner dan 60%

**Opgave 54:**

- a.  $P(X = 1) = 0,99^{25} = 0,7778$   
 $P(X = 26) = 1 - P(X = 1) = 1 - 0,7778 = 0,2222$   
 $E(X) = 1 \cdot 0,7778 + 26 \cdot 0,2222 = 6,56$
- b. 6,56 tests voor 25 personen, dus  $40 \cdot 6,56 = 262$  tests voor 1000 personen  
 besparing =  $100 - \frac{262}{1000} \cdot 100\% = 73,8\%$
- c.  $P(X = 1) = 0,99^{20} = 0,8179$   
 $P(X = 21) = 1 - 0,8179 = 0,1821$   
 $E(X) = 1 \cdot 0,8179 + 21 \cdot 0,1821 = 4,642$   
 dus totaal:  $50 \cdot 4,642 = 232$  tests
- d.  $Y = 1$  of  $Y = n + 1$   
 $P(Y = 1) = 0,99^n$   
 $P(Y = n + 1) = 1 - 0,99^n$
- e.  $E(Y) = 1 \cdot 0,99^n + (n + 1) \cdot (1 - 0,99^n)$   
 $= 0,99^n + n - n \cdot 0,99^n + 1 - 0,99^n$   
 $= n + 1 - n \cdot 0,99^n$   
 voor 1000 personen: aantal tests =  $\frac{1000}{n} \cdot E(Y)$   
 $= \frac{1000}{n} \cdot (n + 1 - n \cdot 0,99^n)$   
 $= 1000 + \frac{1000}{n} - 1000 \cdot 0,99^n$
- f.  $y_1 = 1000 + \frac{1000}{x} - 1000 \cdot 0,99^x$   
 met de optie minimum:  $x = 10,52$   
 $y_1(10) = 195,62$  en  $y_2(11) = 195,57$  dus 11 personen in een groep

### 3.4 De binomiale verdeling

#### Opgave 55:

$$P(\text{minstens 1 bon}) = 1 - P(\text{geen bon}) = 1 - \frac{\binom{17}{4}}{\binom{20}{4}} = 0,5088$$

#### Opgave 56:

$$p = P(\text{minstens 1 prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{45}{3}}{\binom{50}{3}} = 0,276$$

#### Opgave 57:

- a.  $p = \frac{1}{36}$   
b.  $p = \frac{1}{6}$   
c.  $p = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

#### Opgave 58:

- a.  $p = P(3 \times \text{dezelfde kleur}) = \frac{\binom{3}{3} + \binom{3}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = 0,05$   
b.  $P(\text{geen succes}) = 0,95^5 = 0,774$   
c.  $P(\text{alleen } 1^{\circ} \text{ keer succes}) = 0,05 \cdot 0,95^4 = 0,041$   
d.  $P(1 \times \text{succes}) = \binom{5}{1} \cdot 0,05 \cdot 0,95^4 = 0,204$

#### Opgave 59:

- a.  $n = 6$   $p = \frac{8}{20} = 0,4$   
 $P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 = 0,138$   
b.  $n = 12$   $p = \frac{18}{20} = 0,9$   
 $P(Y = 10) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 = 0,230$   
c. nee  
 $P(Z = 3) = \frac{\binom{10}{3} \binom{10}{1}}{\binom{20}{4}} = 0,248$

#### Opgave 60:

- a.  $P(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 = 0,103$   
b.  $0,7^4 \cdot 0,3 = 0,072$

**Opgave 61:**

- a.  $b$   
 b.  $a + b = 1$  dus  $(a + b)^n = 1^n = 1$

**Opgave 62:**

- a.  $P(X \leq 2) = 1 - 0,008 = 0,992$   
 b.  $x \leq 3$  want je gooit in totaal 3 keer  
 c.  $X$  kan niet negatief zijn  
 d.

$x$	0	1	2	3
$P(X \leq x)$	0,512	0,986	0,992	1

**Opgave 63:**

- a.  $P(X = 3) = \text{binompdf}(10, \frac{1}{6}, 3) = 0,155$   
 b.  $P(Y \leq 5) = \text{binomcdf}(12, \frac{1}{3}, 5) = 0,822$   
 c.  $P(Z \geq 1) = 1 - P(Z = 0) = 1 - \text{binompdf}(9, \frac{1}{2}, 0) = 0,998$   
 d.  $P(5 \times \text{blauw en } 3 \times \text{rood}) = \binom{8}{5} \cdot (\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{1}{3})^3 = 0,065$   
 e.  $P(8 \times \text{blauw en } 5 \times \text{rood en } 3 \times \text{wit}) = \frac{16!}{8! \cdot 5! \cdot 3!} \cdot (\frac{1}{2})^8 \cdot (\frac{1}{3})^5 \cdot (\frac{1}{6})^3 = 0,054$

**Opgave 64:**

- a.  $P(X = 5) = \text{binompdf}(10, 0,55, 5) = 0,234$   
 b.  $P(\text{eerst } 2 \times \text{uit en dan } 4 \times \text{in}) = 0,45^2 \cdot 0,55^4 = 0,019$

**Opgave 65:**

- a.  $P(2 \text{ rood}) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{5}{12}$   
 $P(X = 3) = \text{binompdf}(8, \frac{5}{12}, 3) = 0,274$   
 b.  $P(2 \text{ wit}) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{12}$   
 $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(8, \frac{1}{12}, 2) = 0,976$   
 c.  $P(1 \text{ zwart en } 1 \text{ wit}) = \frac{\binom{6}{1} \binom{3}{1}}{\binom{9}{2}} = \frac{1}{2}$   
 $P(Z = 4) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{2}, 4) = 0,273$   
 d.  $(\frac{5}{12})^4 \cdot (\frac{1}{2})^4 \cdot \binom{8}{4} = 0,132$

**Opgave 66:**

- a.  $P(X = 10) = \text{binompdf}(60, 0,16, 10) = 0,136$   
 b.  $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(60, 0,04, 2) = 0,568$   
 c.  $P(Z = 15) = \text{binompdf}(60, 0,12, 15) = 0,0026$

**Opgave 67:**

$$P(X \leq 3) = \text{binomcdf}(54, 0.2, 3) = 0,0029$$

**Opgave 68:**

a.  $P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(15, \frac{1}{3}, 10) = 0,998$

b.  $P(Y = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{15}{36}, 5) = 0,097$

**Opgave 69:**

a.  $P(X \geq 4)$

b.  $P(X < 8)$

c.  $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$

d.  $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$

e.  $P(X < 7) = P(X \leq 6)$

f.  $P(12 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 11)$

g.  $P(4 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 4)$

h.  $P(2 \leq X < 5) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$

i.  $P(4 < X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$

j.  $P(X \text{ tussen } 8 \text{ en } 20) = P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8)$

**Opgave 70:**

a.  $P(X < 10) = P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) = 0,347$

b.  $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) = 0,889$

c.  $P(\text{meer dan } 12 \times \text{succes}) = P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 12) = 0,208$

d.  $P(\text{tussen } 9 \times \text{ en } 16 \times \text{succes}) = P(9 < X < 16) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9) =$   
 $= \text{binomcdf}(25, 0.42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) = 0,631$

e.  $P(\text{minstens } 6 \times \text{succes}) = P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 5) = 0,982$

f.  $P(9 \times \text{ of } 10 \times \text{succes}) = P(X = 9) + P(X = 10) =$   
 $= \text{binompdf}(25, 0.42, 9) + \text{binompdf}(25, 0.42, 10) = 0,294$

**Opgave 71:**

a.  $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, \frac{1}{2}, 4) = 0,623$

b.  $P(10 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10) =$   
 $= \text{binomcdf}(25, \frac{1}{2}, 19) - \text{binomcdf}(25, \frac{1}{2}, 10) = 0,786$

c.  $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60) = 1 - \text{binomcdf}(100, \frac{1}{2}, 60) = 0,018$

d.  $P(Y = 7) = \text{binompdf}(35, \frac{1}{6}, 7) = 0,146$

**Opgave 72:**

a.  $P(X > 20) = 1 - P(X \leq 20) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0.137, 20) = 0,0021$

b.  $P(Y \leq 15) = \text{binomcdf}(80, 0.286, 15) = 0,0302$

c.  $P(16 < Z < 32) = P(Z \leq 31) - P(Z \leq 16) =$   
 $= \text{binomcdf}(80, 0.332, 31) - \text{binomcdf}(80, 0.332, 16) = 0,872$



**Opgave 73:**

$$a. \quad P(2 \text{ rood}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,22$$

$$P(X = 3) = \text{binompdf}(15, 0,22, 3) = 0,2457$$

$$b. \quad P(1 \text{ zwart}) = \frac{\binom{8}{1} \binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = \frac{34}{75}$$

$$P(Y \geq 10) = 1 - P(Y \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(15, \frac{34}{75}, 9) = 0,0808$$

$$c. \quad P(2 \text{ dezelfde kleur}) = \frac{\binom{12}{2} + \binom{8}{2} + \binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{26}{75}$$

$$P(Z < 6) = P(Z \leq 5) = \text{binomcdf}(15, \frac{26}{75}, 5) = 0,5752$$

$$d. \quad P(\text{minstens 1 rood}) = 1 - P(\text{geen rood}) = 1 - \frac{\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,74$$

$$P(U \geq 8) = 1 - P(U \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(15, 0,74, 7) = 0,9781$$

**Opgave 74:**

$$a. \quad P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(30, \frac{1}{2}, 5) = 0,203$$

$$b. \quad P(Y = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{15}{36}, 5) = 0,097$$

**Opgave 75:**

$$a. \quad P(X \geq 5) > 0,99$$

$$1 - P(X \leq 4) > 0,99$$

$$1 - \text{binomcdf}(n, 0,5, 4) > 0,99$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, 0,5, 4)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,99$

dat is voor  $X \geq 19$  dus minstens 19 keer

$$b. \quad P(Y > 2) > 0,98$$

$$1 - P(Y \leq 2) > 0,98$$

$$1 - \text{binomcdf}(n, 0,75, 2) > 0,98$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, 0,75, 2)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,98$

dat is voor  $X \geq 7$  dus minstens 7 keer

**Opgave 76:**

$$P(X \geq 5) > 0,9$$

$$1 - P(X \leq 4) > 0,9$$

$$1 - \text{binomcdf}(n, 0,4, 4) > 0,9$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, 0,4, 4)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,9$

dat is voor  $X \geq 18$  dus minstens 18 keer

**Opgave 77:**

$$P(2 \text{ wit}) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$P(X \geq 3) > 0,95$$

$$1 - P(X \leq 2) > 0,95$$

$$1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{3}, 2) > 0,95$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(X, \frac{1}{3}, 2)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,95$

dat is voor  $X \geq 17$  dus minstens 17 keer

**Opgave 78:**

$$P(X > 12) > 0,8$$

$$1 - P(X \leq 12) > 0,8$$

$$1 - \text{binomcdf}(20, p, 12) > 0,8$$

$$y_1 = 1 - \text{binomcdf}(20, X, 12)$$

kijk in de tabel voor welke  $X$  geldt dat  $y_1 > 0,8$

dat is voor  $X \geq 0,71$  dus  $0,71 \leq p \leq 1$

### 3.5 De standaardafwijking

#### Opgave 79:

V5A , V5D , V5B , V5C

#### Opgave 80:

$L_1 = \{35,45,55,65,75\}$  en  $L_2 = \{4,11,17,29,10\}$

1-var stats  $L_1, L_2$  geeft:  $\bar{x} = 59,2$  en  $\sigma_x = 10,8$

#### Opgave 81:

a.  $L_1 = \{246,247,248,249,250,251,252,253,254,255\}$

$L_2 = \{2,4,7,22,36,19,6,2,1,1\}$

1-var stats  $L_1, L_2$  geeft:  $\bar{x} = 249,9$  en  $\sigma_x = 1,5$

b.  $\bar{x} - \sigma_x = 248,4$  en  $\bar{x} + \sigma_x = 251,3$

dus de pakken moeten 249, 250 of 251 gram koffie bevatten  
dat zijn dus:  $22 + 36 + 19 = 77$  pakken

#### Opgave 82:

a. 8 cm

b. 1,8

#### Opgave 83:

a.  $P(Z = 4) = \frac{3}{36}$

b.

$Z$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(Z = z)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

$$E(Z) = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + \dots + 12 \cdot \frac{1}{36} = 7$$

c.  $E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$

$$E(Y) = 3,5$$

$$E(X + Y) = 7$$

dus  $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$

#### Opgave 84:

a.  $0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,192$

b.  $0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,9 = 0,026$

c. het moet op 2 van de 5 dagen regenen, dus dat kan op  $\binom{5}{2} = 10$  manieren

d. dat klopt

e.  $E(X) = 0,2 + 0,6 + 0,4 + 0,4 + 0,1 = 1,7$

#### Opgave 85:

a.  $P(\text{geen}) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 0,8041$

$P(1 \text{ wel}) = 0,05 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 0,0423$

$P(2 \text{ wel}) = 0,95 \cdot 0,1 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 0,0893$

$$P(3 \text{ wel}) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,05 \cdot 0,99 = 0,0423$$

$$P(4 \text{ wel}) = 0,95 \cdot 0,9 \cdot 0,95 \cdot 0,01 = 0,0081$$

$$P(\text{hoogstens } 1) = 0,8041 + 0,0423 + 0,0893 + 0,0423 + 0,0081 = 0,986$$

b.  $E(X) = 0,05 + 0,1 + 0,05 + 0,01 = 0,21$

c.  $12 \cdot 0,21 \cdot 550 = 1386$  euro

### **Opgave 86:**

a.  $L_1 = \{1,2,3,4,5\}$  en  $L_2 = \{0.05, 0.15, 0.60, 0.15, 0.05\}$

1-var stats  $L_1, L_2$  geeft:  $E(X) = 3$  en  $\sigma_x = 0,84$

b.  $L_1 = \{1,2,3,4,5\}$  en  $L_2 = \{0.30, 0.15, 0.10, 0.15, 0.30\}$

1-var stats  $L_1, L_2$  geeft:  $E(X) = 3$  en  $\sigma_x = 1,64$

### **Opgave 87:**

a.

$X$	6	7	8	9
$P(X = x)$	0,2	0,2	0,4	0,2

$$L_1 = \{6,7,8,9\} \text{ en } L_2 = \{0.2, 0.2, 0.4, 0.2\}$$

1-var stats  $L_1, L_2$  geeft:  $E(X) = 7,6$  en  $\sigma_x = 1,020$

b.

$Y$	0	2
$P(Y = y)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$L_1 = \{0,2\} \text{ en } L_2 = \{\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\}$$

1-var stats  $L_1, L_2$  geeft  $E(Y) = 0,667$  en  $\sigma_y = 0,943$

c.  $E(S) = 8,267$  en  $\sigma_s = 1,389$

d. ja , nee

e.  $\sigma_{x+y}^2 = 1,389^2 = 1,929$

$$\sigma_x^2 + \sigma_y^2 = 1,020^2 + 0,943^2 = 1,929$$

### **Opgave 88:**

a.  $E(T) = E(X) + E(Y) = 16 + 30 = 46$

b.  $\sigma_T = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3,6$

### **Opgave 89:**

$$E(B) = E(N) + E(T) = 230 + 30 = 260$$

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_N^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

### **Opgave 90:**

a. voor iedere worp geldt:  $X + Y = 7$

b.  $X$  en  $Y$  zijn afhankelijk

**Opgave 91:**

a.

$b$	0	1
$P(B = b)$	$1 - p$	$p$

b.  $E(B) = 0 \cdot (1 - p) + 1 \cdot p = p$

c.  $E(Z) = E(B) + E(B) + \dots + E(B) = n \cdot E(B) = n \cdot p$

d.  $L_1 = \{0,1\}$  en  $L_2 = \{0,8,0,2\}$  geeft  $\sigma_B = 0,4$  en  $\sqrt{0,8 \cdot 0,2} = 0,4$

$L_1 = \{0,1\}$  en  $L_2 = \{0,5,0,5\}$  geeft  $\sigma_B = 0,5$  en  $\sqrt{0,5 \cdot 0,5} = 0,5$

$L_1 = \{0,1\}$  en  $L_2 = \{0,2,0,8\}$  geeft  $\sigma_B = 0,4$  en  $\sqrt{0,2 \cdot 0,8} = 0,4$

e.  $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_B^2 + \sigma_B^2 + \dots + \sigma_B^2} = \sqrt{n \cdot \sigma_B^2} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$

**Opgave 92:**

a.  $E(X) = 50 \cdot 0,25 = 12,5$

$P(X = 12,5) = 0$

b.  $\sigma_X = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{50 \cdot 0,25 \cdot 0,75} = 3,06$

$E(X) + 2 \cdot \sigma_X = 12,5 + 2 \cdot 3,06 = 18,62$

$P(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) = 1 - \text{binomcdf}(50,0,25,18) = 0,029$

**Opgave 93:**

a.  $E(X) = 200 \cdot 0,18 = 36$

$\sigma_X = \sqrt{200 \cdot 0,18 \cdot 0,82} = 5,43$

$E(X) - \sigma_X = 36 - 5,43 = 30,57$  en  $E(X) + \sigma_X = 36 + 5,43 = 41,43$

$P(31 \leq X \leq 41) = P(X \leq 41) - P(X \leq 30)$

$= \text{binomcdf}(200,0,18,41) - \text{binomcdf}(200,0,18,30) = 0,689$

b.  $E(X) = 500 \cdot 0,18 = 90$

$\sigma_X = \sqrt{500 \cdot 0,18 \cdot 0,82} = 8,59$

$E(X) - \sigma_X = 90 - 8,59 = 81,41$  en  $E(X) + \sigma_X = 90 + 8,59 = 98,59$

$P(82 \leq X \leq 98) = P(X \leq 98) - P(X \leq 81)$

$= \text{binomcdf}(500,0,18,98) - \text{binomcdf}(500,0,18,81) = 0,678$

c.  $n = 200$

$E(X) - 2 \cdot \sigma_X = 36 - 2 \cdot 5,43 = 25,14$  en  $E(X) + 2 \cdot \sigma_X = 36 + 2 \cdot 5,43 = 46,86$

$P(26 \leq X \leq 46) = P(X \leq 46) - P(X \leq 25)$

$= \text{binomcdf}(200,0,18,46) - \text{binomcdf}(200,0,18,25) = 0,947$

$n = 500$

$E(X) - 2 \cdot \sigma_X = 90 - 2 \cdot 8,59 = 72,82$  en  $E(X) + 2 \cdot \sigma_X = 90 + 2 \cdot 8,59 = 107,18$

$P(73 \leq X \leq 107) = P(X \leq 107) - P(X \leq 72)$

$= \text{binomcdf}(500,0,18,107) - \text{binomcdf}(500,0,18,72) = 0,959$

**Opgave 94:**

a.  $P(\text{minstens } 9 \text{ ogen}) = \frac{10}{36}$

$P(X \leq 90) = \text{binomcdf}(360, \frac{10}{36}, 90) = 0,131$

b.  $E(X) = 360 \cdot \frac{10}{36} = 100$

$$\sigma_X = \sqrt{360 \cdot \frac{10}{36} \cdot \frac{26}{36}} = 8,5$$

$$E(X) + \sigma_X = 100 + 8,5 = 108,5$$

$$P(X \geq 109) = 1 - P(X \leq 108) = 1 - \text{binomcdf}(360, \frac{10}{36}, 108) = 0,159$$